



Examens de la Nouvelle-Écosse Mathématiques 12

Exemplaire Web 3

Renseignements généraux

Cet examen est composé de deux sections dont les durées suggérées sont les suivantes :

- | | |
|----------------------------------|-----------------------------|
| - questions à réponse choisie | Valeur 35 points (1 heure) |
| - questions à réponse construite | Valeur 64 points (2 heures) |

Durée totale : 3 heures

Prends en considération ces durées estimées afin de te guider pour compléter cet examen. Il n'est pas nécessaire d'utiliser la durée estimée pour compléter chaque section. Organise ton temps de façon à être capable de compléter l'examen.

Les calculatrices à affichage graphique (TI-82, TI-83, TI-83 plus, TI-84 ou TI-84 plus) peuvent être utilisées pour compléter certains problèmes mais elles ne peuvent pas être partagées. Tu ne peux utiliser ta propre calculatrice à affichage graphique sauf si ton enseignant(e) en a effacé la mémoire auparavant.

Du papier quadrillé, du papier brouillon, des feuilles de formules et des tables des aires sous la courbe sont fournis à la fin de ce livret. Tu peux détacher ces feuilles du livret.

Dans ce document, les figures ne sont pas nécessairement tracées à l'échelle.

Questions à réponse choisie
(Valeur totale : 35 points)

Cette section de l'examen comprend 35 questions à réponse choisie valant chacune 1 point. Lis attentivement chaque question et décide quelle réponse est la **meilleure** pour répondre à la question posée. Par la suite, écris la lettre dans la boîte et noircis la bulle correspondante à ton choix sur le formulaire de réponses (dans la section réponse choisie) en utilisant un crayon HB.

Voir l'exemple ci-dessous.

Exemple :

1. Quelle est la valeur de $\log_2 8$?

- A. $\frac{1}{4}$ B. $\log 4$
C. 3 D. 4

sur le formulaire de réponses :

1. C A B D

Si tu désires changer une réponse, assure-toi d'effacer complètement ton choix précédent.

1. D'après les valeurs ci-dessous, quelle fonction décrit la relation entre x et y ?

x	y
-2	$\frac{1}{4}$
-1	$\frac{1}{2}$
0	1
1	2
2	4

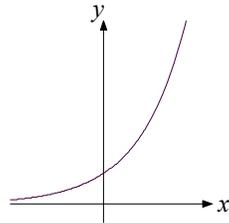
A. $y = \left(\frac{1}{2}\right)^x$

B. $y = \left(-\frac{1}{2}\right)^x$

C. $y = 2^x$

D. $y = (-2)^x$

2. Une fonction exponentielle de la forme $f(x) = 3b^x$ est représentée graphiquement par la courbe ci-dessous.



Lequel des énoncés suivants, au sujet de cette fonction, est **vrai**?

A. $b > 0$

B. $0 < b < 1$

C. $b > 1$

D. $b < 1$

3. Laquelle des expressions suivantes est équivalente à $8(2^x)$?

A. 2^{x+3}

B. 2^{3x}

C. 16^x

D. 4^{x+3}

4. Soit la fonction $N(t) = 5(2)^{3t}$, où t représente le temps écoulé en heures et $N(t)$ représente le nombre de bactéries dans une culture. Lequel des énoncés suivants est vrai?

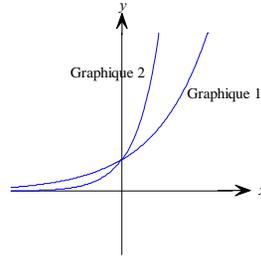
A. Le nombre de bactéries double à toutes les 3 heures.

B. Le nombre de bactéries double à toutes les vingt minutes.

C. Après 2 heures, la population de bactéries sera de 5.

D. Après une heure, la population de bactéries sera de 5.

5. Si l'équation du graphique 1 ci-dessous est $y = 2^x$, que pourrait être l'équation du graphique 2?



A. $y = (0,5)^x$

B. $y = 2^x + 1$

C. $y = 3(2)^x$

D. $y = 5^x$

6. Quelle est la forme exponentielle de la fonction logarithmique $y = a \log_b c$?

A. $b^c = a^y$

B. $b^y = b^a$

C. $c^y = b^a$

D. $b^y = c^a$

7. L'expression $5^{\log_9 3}$ est équivalente à

A. 10

B. 25

C. $\sqrt{5}$

D. $\sqrt[3]{5}$

8. Quelle est l'abscisse à l'origine du graphique représentant la fonction $y = \log_{100} x$?

A. 0

B. 10

C. 1

D. 100

9. Laquelle des égalités suivantes est **fausse**?

A. $\log_m \sqrt[5]{m^2} = \frac{5}{2}$

B. $\log_m \sqrt[3]{m} = \frac{1}{3}$

C. $\log 1\,000 = 3$

D. $\log_m (2m) = \log_m 2 + 1$

10. Lequel des nombres suivants a la plus grande valeur?

A. 3^{450}

B. 9^{300}

C. $81(3)^{400}$

D. $(3^{100})(3^{200})$

11. L'expression $3 \log A + 2 \log B$ exprimée en un seul logarithme est

- A. $\log A^3 + B^2$
C. $6 \log AB$

- B. $\log A^3 B^2$
D. $\log 6AB$

12. Lorsque le cercle d'équation $(x+5)^2 + (y-6) = 50$ subit une translation verticale de 5 unités vers le haut, son équation devient

- A. $(x+5)^2 + (y-11) = 50$
C. $x^2 + (y-6) = 50$

- B. $(x+5)^2 + (y-1)^2 = 50$
D. $(x+10)^2 + (y-6)^2 = 50$

13. Le centre et le rayon d'un cercle dont l'équation est $5x^2 + 5y^2 = 100$ sont

- A. $(-5, -5)$ et 10
C. $(0, 0)$ et $2\sqrt{5}$

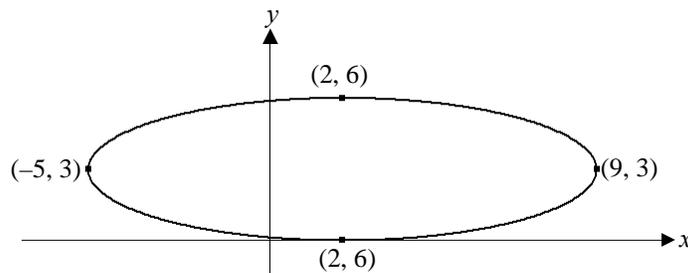
- B. $(0, 0)$ et 10
D. $(-5, -5)$ et $2\sqrt{5}$

14. Le point milieu du segment \overline{PQ} est $(m, 0)$ et les coordonnées du point P sont $(0, p)$. Les coordonnées du point Q sont

- A. $(2m, 2p)$
C. $(-m, -p)$

- B. $\left(\frac{m}{2}, \frac{p}{2}\right)$
D. $(2m, -p)$

15. Quelle est l'équation de l'ellipse ci-dessous?



A. $\frac{(x-2)^2}{9} + \frac{(y-3)^2}{49} = 1$

B. $\frac{(x-2)^2}{7} + \frac{(y-3)^2}{3} = 1$

C. $\frac{(x-2)^2}{49} + \frac{(y-3)^2}{9} = 1$

D. $\frac{(x-3)^2}{49} + \frac{(y-2)^2}{9} = 1$

16. Le centre d'un cercle est $(-7, 5)$ et son rayon est de 8. Quelle est son équation sous la forme standard?

A. $(x + 7)^2 + (y - 5)^2 = 8$

B. $(x - 7)^2 + (y + 5)^2 = 8$

C. $(x + 7)^2 + (y - 5)^2 = 64$

D. $(x - 7)^2 + (y + 5)^2 = 64$

17. Si $\sin \theta < 0$ et $\sec \theta > 0$, dans quel quadrant se trouve le côté terminal de l'angle θ ?

A. I

B. II

C. III

D. IV

18. Quelle transformation est nécessaire au graphique $y = \cos x$ pour obtenir celui de $y = \sin x$?

A. translation horizontale de 90° vers la droite

B. translation horizontale de 90° vers la gauche

C. translation verticale de 1 vers le haut

D. translation verticale de 1 vers le bas

19. L'angle 225° mesure combien en radians?

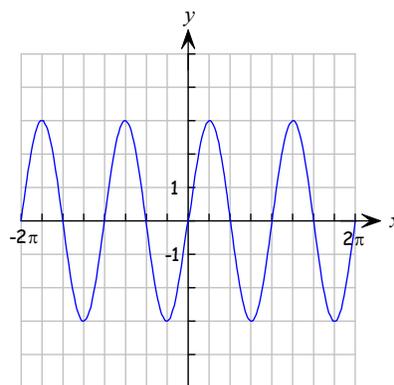
A. $\frac{8\pi}{5}$

B. $\frac{5\pi}{8}$

C. $\frac{4\pi}{5}$

D. $\frac{5\pi}{4}$

20. Le graphique ci-dessous est celui de la fonction $y = A\sin(Bx)$.



La valeur de A est

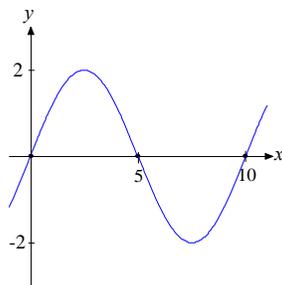
A. 1

B. 2

C. 3

D. 6

21. Quelle est l'équation associée à ce graphique?



A. $y = 2 \sin(36x)$

B. $y = 2 \sin\left(\frac{x}{36}\right)$

C. $y = 2 \sin(10x)$

D. $y = 2 \sin\left(\frac{x}{10}\right)$

22. Laquelle des situations suivantes peut être représentée par une fonction sinusoïdale?

A. la désintégration d'une substance radioactive

B. la dépréciation du prix d'une voiture

C. la hauteur par rapport au sol d'un point sur une grande roue qui tourne

D. la croissance d'une population de bactéries

23. Si $y = \sin x$ devient $y = 2 \sin \frac{x}{2}$ alors

A. l'amplitude et la période ont doublé

B. l'amplitude a doublé et la période a diminué de moitié

C. l'amplitude et la période ont diminué de moitié

D. l'amplitude a diminué de moitié et la période a doublé

24. Quelle est l'image de la fonction $y = 2 \sin(3x)$?

A. $-2 \leq y \leq 2$

B. $-3 \leq y \leq 3$

C. $-1 \leq y \leq 1$

D. l'ensemble des nombres réels

25. Sur un plan cartésien, les coordonnées polaires d'un point sont $(12, 120^\circ)$. Quelles sont ses coordonnées rectangulaires?

A. $(-6, 6\sqrt{3})$

B. $(6\sqrt{3}, -6)$

C. $(6, 6\sqrt{3})$

D. $(6\sqrt{3}, 6)$

32. Dans un groupe de 30 élèves, il y a 18 filles et 12 garçons. Parmi les filles, il y en a 6 qui font du jogging régulièrement, alors que chez les garçons, on en compte 5. Si une personne est choisie au hasard, quelle est la probabilité que cette personne fasse du jogging sachant que celle-ci est une fille?

A. $\frac{6}{11}$

B. $\frac{1}{3}$

C. $\frac{1}{5}$

D. $\frac{3}{5}$

33. Pierre a obtenu une note de 72 sur un test de français. Cette note est 1,5 écart types au-dessus de la moyenne. Quelle est la moyenne à ce test si l'écart type est de 4?

A. 66

B. 68

C. 72

D. 78

34. Si l'écart type de l'ensemble des tailles d'un groupe d'élèves est de 0, alors

A. la moyenne des tailles doit être 0

B. toutes les tailles sont les mêmes

C. la somme des tailles est 0

D. la cote z de chaque taille est 1

35. Un sac contient 20 billes de même grandeur : 8 noires, 7 rouges et 5 blanches. De ce sac on doit tirer trois billes, une à la fois, sans remise. Quelle est la probabilité que les trois billes tirées soient de couleurs différentes?

A. ${}_{20}P_3$

B. ${}_{20}C_3$

C. $\frac{8}{20} \times \frac{7}{20} \times \frac{5}{20}$

D. $\frac{8}{20} \times \frac{7}{19} \times \frac{5}{18}$

Questions à réponse construite
(Valeur totale : 64 points)

Cette section d'examen comprend les questions à réponse construite. Lis attentivement chaque question et écris ta réponse dans l'espace fourni dans le cahier d'examen. Assure-toi que tes réponses soient lisibles. Montre ton travail là où c'est demandé, car des points seront alloués pour une méthode correcte ainsi que pour la réponse finale. Là où l'on demande seulement la réponse finale, aucun point n'est accordé pour la méthode.

Arrondis tes réponses au centième près lorsque celles-ci sont sous forme décimale. Si une valeur est arrondie en cours de résolution d'un problème, il faut maintenir au moins 4 décimales après la virgule. Les réponses finales, écrites sous forme décimale, doivent être arrondies à un minimum d'un centième près.

À l'exception des questions de probabilité, toute réponse doit être donnée sous forme simplifiée.

36. Le tableau ci-dessous indique le nombre d'élèves inscrits dans les écoles d'un conseil scolaire pour les années scolaires 2006-2007 et 2007-2008 ainsi que des prédictions pour les quatre prochaines années.

Année	Inscriptions
2006-2007	4134
2007-2008	4382
2008-2009	4645
2009-2010	4924
2010-2011	5219
2011-2012	5532

(a) Si t représente le nombre d'années depuis 2006-2007 et N représente le nombre d'élèves inscrits, détermine la fonction exponentielle qui définit cette situation. (2 points)

Montre ton travail ci-dessus et écris ta conclusion ou réponse finale dans la boîte ci-dessous.

(b) Selon ce modèle, en quelle année scolaire y aura-t-il 10 000 élèves inscrits dans ce conseil? (3 points)

Montre ton travail ci-dessus et écris ta conclusion ou réponse finale dans la boîte ci-dessous.

37. Résous algébriquement les équations suivantes.

(a) $(27)^{-x+2} = \left(\frac{1}{3}\right)^{4x-3}$

(2,5 points)

Montre ton travail ci-dessus et écris ta conclusion ou réponse finale dans la boîte ci-dessous.

(b) $5^{2x+3} = 10$

(2,5 points)

Montre ton travail ci-dessus et écris ta conclusion ou réponse finale dans la boîte ci-dessous.

(c) $\log_2(x-1) + \log_2(x+1) = \log_4 64$

(2,5 points)

Montre ton travail ci-dessus et écris ta conclusion ou réponse finale dans la boîte ci-dessous.

38. Évalue l'expression suivante en utilisant les lois des logarithmes

(3,5 points)

$$\log_3 10 - \log_3 30 + \frac{1}{2} \log_3 9$$

Montre ton travail ci-dessus et écris ta conclusion ou réponse finale dans la boîte ci-dessous.

39. La population d'une ville décroît à un taux de 2,5 % par année. S'il y a maintenant 50 000 personnes, après combien d'années la population actuelle sera-t-elle réduite de moitié?

(4 points)

Montre ton travail ci-dessus et écris ta conclusion ou réponse finale dans la boîte ci-dessous.

40. Résous pour x .

(2,5 points)

$$(\log_5 a)(\log_a b)(\log_b 25) = x$$

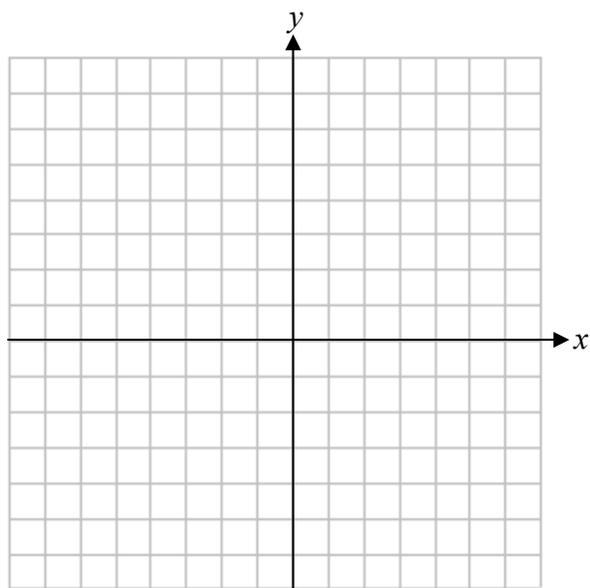
Montre ton travail ci-dessus et écris ta conclusion ou réponse finale dans la boîte ci-dessous.

41. Dans un plan cartésien, les coordonnées des extrémités du diamètre d'un cercle sont $(2, -5)$ et $(-4, 11)$.
Trouve l'équation du cercle sous la forme standard.

(3 points)

Montre ton travail ci-dessus et écris ta conclusion ou réponse finale dans la boîte ci-dessous.

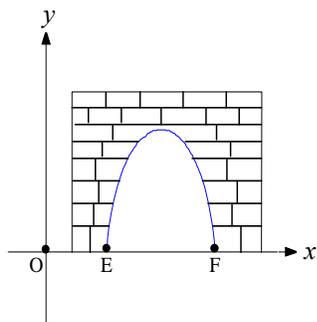
42. Les coordonnées du centre d'une ellipse sont $(-2, 3)$ et elle passe par les points $(-6, 3)$ et $(-2, -2)$. Trace cette ellipse et détermine son équation sous forme standard. (3 points)



Montre ton travail ci-dessus et écris ta conclusion ou réponse finale dans la boîte ci-dessous.

--

43. Un tunnel de métro a la forme d'une demi-ellipse. Dans le plan cartésien ci-dessous, les coordonnées du point E sont (3, 0). La longueur de l'axe mineur est de 4 unités et la longueur de l'axe majeur est de 12 unités. (1 unité = 1 m)



- (a) Quelles sont les coordonnées du centre de l'ellipse.

(1 point)

Réponse finale

- (b) Écris l'équation de cette ellipse.

(1 point)

Réponse finale

- (c) Si un métro de 4 mètres en hauteur réussit tout juste à passer dans le tunnel, quelle est sa largeur?

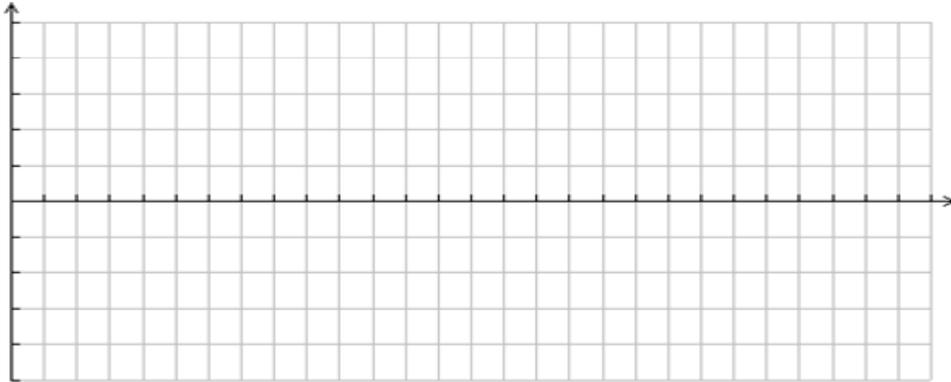
(3 points)

Montre ton travail ci-dessus et écris ta conclusion ou réponse finale dans la boîte ci-dessous.

--

44. La hauteur des eaux, $h(t)$, dans le port d'une rivière, à marée haute, est de 4 m au-dessus du niveau moyen de la mer. À marée basse, la hauteur des eaux est de 2 m au-dessus du niveau moyen de la mer. La marée accomplit un cycle à environ toutes les 12 h.

- (a) Trace un diagramme sommaire de la fonction, commençant à marée haute, sur une durée de 24 h. (2,5 points)



- (b) Détermine l'équation qui permet de déterminer la hauteur $h(t)$ (en mètres) de l'eau dans le port en fonction du temps t . (2,5 points)

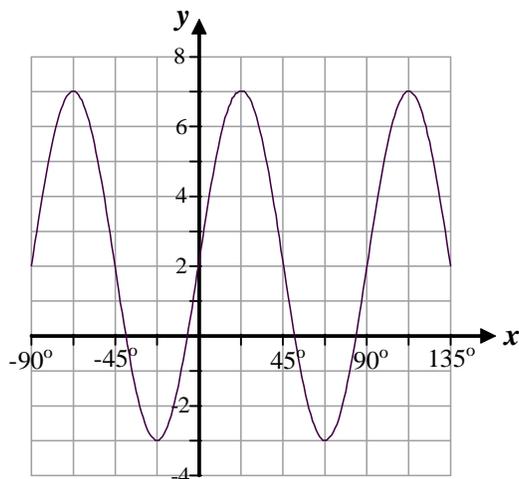
Montre ton travail ci-dessus et écris ta conclusion ou réponse finale dans la boîte ci-dessous.

- (c) Lors d'un cycle de marée, combien d'heures après une marée haute la hauteur de l'eau est-elle à 3 m du niveau moyen de la mer? (2,5 points)

Montre ton travail ci-dessus et écris ta conclusion ou réponse finale dans la boîte ci-dessous.

45. (a) Écris l'équation d'une fonction **sinus** représentée par le graphique suivant.

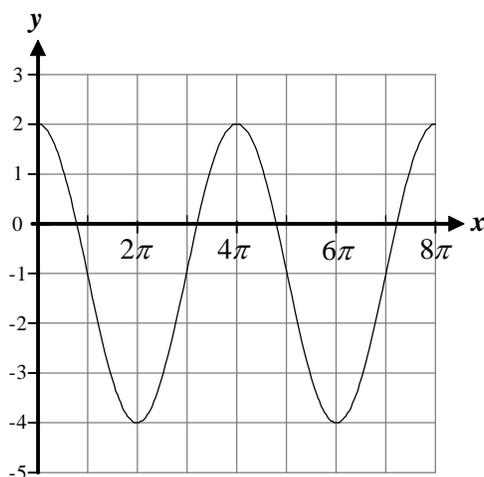
(3 points)



Montre ton travail ci-dessus et écris ta conclusion ou réponse finale dans la boîte ci-dessous.

(b) Écris l'équation d'une fonction **cosinus** représentée par le graphique suivant.

(3 points)



Montre ton travail ci-dessus et écris ta conclusion ou réponse finale dans la boîte ci-dessous.

46. Prouve les identités suivantes.

(a) $\tan^2 x - \sin^2 x = \tan^2 x \sin^2 x$

(3 points)

(b) $\frac{\cos \theta}{1 - \sin \theta} = \sec \theta + \tan \theta$

(3 points)

47. Dans une expérience du lancer d'un dé à six faces, on considère les événements A et B suivants.

Événement A – obtenir un nombre impair

Événement B – obtenir un nombre supérieur à 4

(a) Quelle est la probabilité d'obtenir un nombre impair lorsque ce dé est lancé? (1 point)

<i>Réponse finale</i>	
-----------------------	--

(b) Quelle est la probabilité d'obtenir un nombre supérieur à 4 lorsque ce dé est lancé? (1 point)

<i>Réponse finale</i>	
-----------------------	--

(c) Quelle est la probabilité d'obtenir un nombre impair lorsque ce dé est lancé étant donné que ce nombre est supérieur à 4? (1 point)

<i>Réponse finale</i>	
-----------------------	--

48. Si le taux de réussite d'un événement est de 30 %, quelle est la probabilité d'avoir 20 réussites dans 50 essais? (3 points)

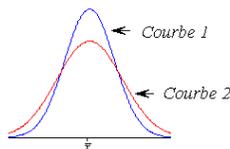
Montre ton travail ci-dessus et écris ta conclusion ou réponse finale dans la boîte ci-dessous.

--

49. D'après la firme de recherche Nielsen Media, les gens regardent la télévision en moyenne 6,98 heures par jour. En supposant que les valeurs soient réparties de façon normale avec un écart type de 3,8 heures, détermine le pourcentage de téléspectateurs qui regardent la télévision plus de 8,0 heures par jour. (3 points)

Montre ton travail ci-dessus et écris ta conclusion ou réponse finale dans la boîte ci-dessous.

50. Les courbes de distribution normale ci-dessous ont été tracées à partir de deux différents ensembles de données.



- (a) Compare la moyenne des deux ensembles de données. (1 point)

- (b) Compare l'écart type des deux ensembles de données. (1 point)



Examens de la Nouvelle-Écosse Mathématiques 12

Solutionnaire - Exemple Web 3

Clé – Questions à réponses choisies

- | | |
|-------|-------|
| 1. C | 19. D |
| 2. C | 20. C |
| 3. A | 21. A |
| 4. B | 22. C |
| 5. D | 23. A |
| 6. D | 24. A |
| 7. C | 25. A |
| 8. C | 26. C |
| 9. A | 27. A |
| 10. B | 28. D |
| 11. B | 29. A |
| 12. A | 30. D |
| 13. C | 31. A |
| 14. D | 32. B |
| 15. C | 33. A |
| 16. C | 34. B |
| 17. D | 35. D |
| 18. A | |

Question 36 (a)

(2 points)

Points accordés :

- 1 pt : preuve d'utilisation de régression exponentielle (il suffit d'une indication des valeurs de a et b)
- 1 pt : indiquer l'équation d'après la régression

```
ExpReg
y=a*b^x
a=4134.055736
b=1.059999514
r^2=.9999998922
r=.9999999461
```

$$N(t) = 4134,06(1,06)^t$$

Points accordés :

- 1 pt : calcul de la raison géométrique
- 1 pt : indiquer l'équation

$$\frac{4382}{4134} = \frac{4645}{4382} = \frac{4924}{4645} = \frac{5219}{4924} = \frac{5532}{5219} = 1,06$$

$$N(t) = 4134(1,06)^t$$

OU

Question 36 (b)

(3 points)

Points accordés:

- 1 pt : substitution de 10 000 pour $N(t)$
- 1 pt : changer sous forme logarithmique
- 0,5 pt : résoudre pour t
- 0,5 pt : interprétation de la solution en contexte du problème

$$4134,06(1,06)^t = 10\,000$$

$$(1,06)^t = 2,4189$$

$$\log(1,06)^t = \log 2,4189$$

$$t \log 1,06 = \log 2,4189$$

$$t = \frac{\log 2,4189}{\log 1,06}$$

$$t = 15,16$$

Puisque 15 ans ne suffit pas, c'est dans la 16^e année scolaire après 2006-2007 que l'on atteindra 10 000 élèves.

$$2006 + 16 = 2022$$

En l'année scolaire 2022-2023 on dépassera 10 000 élèves inscrits dans ce conseil.

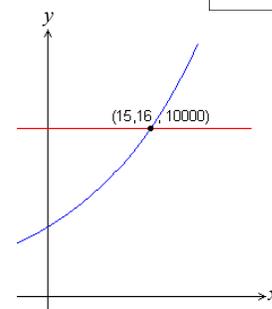
Points accordés:

- 1 pt : indiquer les équations dans le graphique
- 1 pt : graphique montrant le point d'intersection ou le zéro
- 0,5 pt : solution
- 0,5 pt : interprétation de la solution

$$y_1 = 4134,06(1,06)^t$$

$$y_2 = 10\,000$$

À noter qu'on pourrait aussi tracer le graphique de $y = 4134,06(1,06)^t + 10\,000$ et calculer le zéro de la fonction.



$$t = 15,16$$

Puisque 15 ans ne suffit pas, c'est dans la 16^e année scolaire après 2006-2007 que l'on atteindra 10 000 élèves.

$$2006 + 16 = 2022$$

En l'année scolaire 2022-2023 on dépassera 10 000 élèves inscrits dans ce conseil.

OU

Question 37 (a)

(2,5 points)

Points accordés:

- 1 pt : établir des bases communes
- 0,5 pt : loi des exposants (puissance d'une puissance)
- 0,5 pt : établir l'égalité des exposants
- 0,5 pt : résolution

$$\begin{aligned}27^{-x+2} &= \left(\frac{1}{3}\right)^{4x-3} \\3^{3(-x+2)} &= 3^{-1(4x-3)} \\3^{-3x+6} &= 3^{-4x+3} \\\therefore -3x+6 &= -4x+3 \\x &= -3\end{aligned}$$

OU

Points accordés :

- 0,5 pt : transformer en logarithmes
- 1 pt : loi des logarithmes (exposants)
- 1 pt : résolution

$$\begin{aligned}27^{-x+2} &= \left(\frac{1}{3}\right)^{4x-3} \\\log 27^{-x+2} &= \log \left(\frac{1}{3}\right)^{4x-3} \\(-x+2)\log 27 &= (4x-3)\log \frac{1}{3} \\-x+2 &= (4x-3)\frac{\log \frac{1}{3}}{\log 27} \\-x+2 &= (4x-3)\left(-\frac{1}{3}\right) \\-x+2 &= -\frac{4x}{3}+1 \\\frac{1}{3}x &= -1 \\x &= -3\end{aligned}$$

Question 37 (b)

(2,5 points)

Points accordés:

- 0,5 pt : transformation en forme logarithmique
- 1 pt : loi des logarithmes (exposants)
- 1 pt : résolution

$$\begin{aligned}5^{2x+3} &= 10 \\\log 5^{2x+3} &= \log 10 \\(2x+3)\log 5 &= \log 10 \\2x+3 &= \frac{1}{\log 5} \\2x &= \frac{1}{\log 5} - 3 \\2x &= -1,1593 \\x &= -0,78\end{aligned}$$

Question 37 (c)

(2,5 points)

Points accordés:

- 0,5 pt : loi des logarithmes (somme/produit)
- 1 pt : transformer sous forme exponentielle
- 1 pt : résolution

$$\log_2(x-1) + \log_2(x+1) = \log_4 64$$

$$\log_2(x-1)(x+1) = 3$$

$$x^2 - 1 = 2^3$$

$$x^2 = 9$$

$$x = 3 ; \quad x = -3$$

Question 38

(3,5 points)

Points accordés:

- 1 pt : loi des logarithmes (exposant)
- 1 pt : loi des exposants (différence/quotient)
- 1 pt : loi des exposants (somme/produit)
- 0,5 pt : résolution

$$\log_3 10 - \log_3 30 + \frac{1}{2} \log_3 9$$

$$\log_3 10 - \log_3 30 + \log_3 9^{\frac{1}{2}}$$

$$\log_3 \frac{10}{30} \cdot 3$$

$$\log_3 1$$

$$0$$

Question 39

(4 points)

Points accordés:

- 1 pt : établir l'équation
- 1 pt : égalité à 25 000
- 1 pt : transformation à la forme logarithmique
- 1 pt : résolution

$$P = 50\,000(0,975)^t$$

$$25\,000 = 50\,000(0,975)^t$$

$$0,5 = (0,975)^t$$

$$\log 0,5 = \log (0,975)^t$$

$$\log 0,5 = t \log 0,975$$

$$\frac{\log 0,5}{\log 0,975} = t$$

$$27,38 = t$$

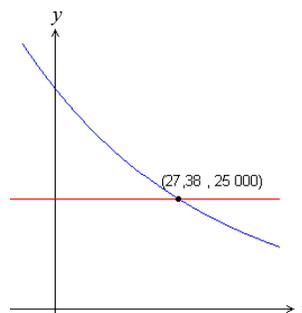
Selon ce modèle, la population sera diminuée de moitié après 27,38 ans.

Points accordés:

- 1 pt : identifier les équations utilisés
- 2 pt : graphique illustrant le point d'intersection
- 1 pt : solution

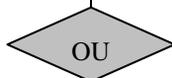
$$y_1 = 50\,000(0,975)^t$$

$$y_2 = 25\,000$$



$$t = 27,38$$

Selon ce modèle, la population sera diminuée de moitié après 27,38 ans.



Question 40

(2,5 points)

Points accordés:

- 1 pt : changement de bases des termes logarithmiques
- 1 pt : simplification
- 0,5 pt : résolution

$$x = (\log_5 a)(\log_a b)(\log_b 25)$$

$$x = \frac{\log a}{\log 5} \times \frac{\log b}{\log a} \times \frac{\log 25}{\log b}$$

$$x = \log_5 25$$

$$x = 2$$

Question 41

(4 points)

Points accordés :

- 1 pt : calculer le centre du cercle
- 1 pt : déterminer la longueur du rayon
- 1 pt : écrire l'équation du cercle sous forme standard

Les coordonnées du centre : $\left(\frac{2-4}{2}, \frac{-5+11}{2}\right) \Rightarrow (-1, 3)$

Le rayon : $r^2 = (2+1)^2 + (-5-3)^2$

$$r^2 = 9 + 64$$

$$r^2 = 73$$

$$\therefore (x+1)^2 + (y-3)^2 = 73$$

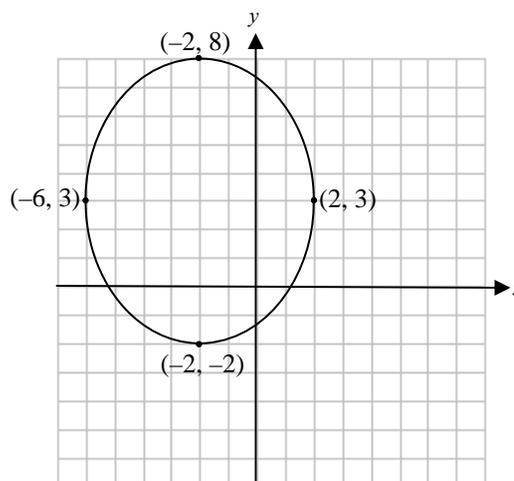
Question 42

(3 points)

Points accordés :

- 1 pt : tracer l'ellipse
- 0,5 pt : substitution du centre
- 1 pt : substitutions des valeurs pour a^2 et b^2
- 0,5 pt : équation sous forme standard

$$\frac{(x+2)^2}{16} + \frac{(y-3)^2}{25} = 1$$



Question 43 (a)

(1 point)

Points accordés :

- 1 pt : réponse correcte

Le centre de l'ellipse est à (5, 0).

Question 43 (b)

(1 point)

Points accordés :

- 1 pt : réponse correcte

$$\frac{(x-5)^2}{4} + \frac{y^2}{36} = 1$$

Question 43 (c)

(2 points)

Points accordés :

- 1 pt : substitution de 4 pour y
- 1 pt : résolution de l'équation quadratique
- 1 pt : calcul de la largeur du métro

$$\frac{(x-5)^2}{4} + \frac{y^2}{36} = 1$$

$$\frac{(x-5)^2}{4} + \frac{4^2}{36} = 1$$

$$9(x-5)^2 + 16 = 36$$

$$9(x-5)^2 = 20$$

$$(x-5)^2 = \frac{20}{9}$$

$$x-5 = \pm 1,4907$$

$$x-5 = 1,4907$$

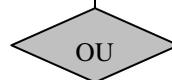
$$x = 6,49$$

$$x-5 = -1,4907$$

$$x = 3,51$$

$$6,49 - 3,51 = 2,98$$

La largeur maximale du métro est 2,98 m.



Points accordés :

- 1 pt : substitution de 4 pour y
- 0,5 pt : établir l'équation du graphique
- 0,5 pt : graphique montrant les zéros
- 1 pt : calcul de la largeur du métro

$$\frac{(x-5)^2}{4} + \frac{y^2}{36} = 1$$

$$\frac{(x-5)^2}{4} + \frac{4^2}{36} = 1$$

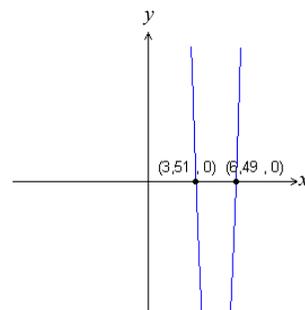
$$9(x-5)^2 + 16 = 36$$

$$9(x-5)^2 = 20$$

$$9(x^2 - 10x + 25) = 20$$

$$9x^2 - 90x + 225 = 20$$

$$9x^2 - 90x + 205 = 0$$



$$6,49 - 3,51 = 2,98$$

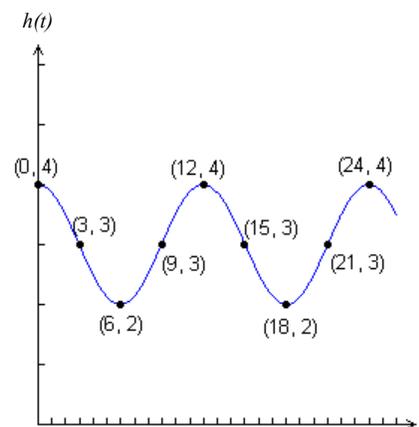
La largeur maximale du métro est 2,98 m.

Question 44 (a)

(2,5 points)

Points accordés :

- 1 pt : graphique passe par les points indiqués
- 0,5 pt : axes identifiés
- 0,5 pt : au moins un cycle au complet illustré
- 0,5 pt : graphique tracé a une forme sinusoïdale



Question 44 (b)

(2,5 points)

Points accordés :

- 0,5 pt : amplitude
- 1 pt : période
- 0,5 pt : déphasage
- 0,5 pt : déplacement vertical

$$h(t) = \cos(30t) + 3$$

ou

$$h(t) = \sin 30(t - 9) + 3$$

ou

$$h(t) = \cos \frac{\pi}{6} t + 3$$

ou

$$h(t) = \sin \frac{\pi}{6} (t - 9) + 3$$

Question 44 (c)

(2,5 points)

Points accordés:

- 1 pt : substitution de 3 pour $h(t)$
- 1 pt : résolution pour la première valeur de t
- 0,5 pt : solution pour la deuxième valeur de t

$$\begin{aligned}\cos(30t) + 3 &= 3 \\ \cos 30t &= 0 \\ 30t &= \cos^{-1} 0 \\ 30t &= 90 \\ t &= 3 \\ \text{et aussi } t &= 9\end{aligned}$$

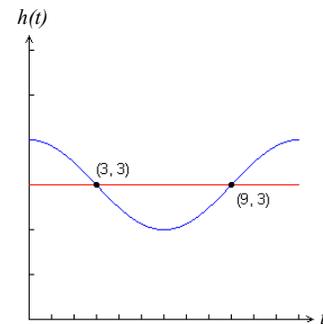
L'eau sera à 3 m au dessus du niveau moyen de la mer 3 et 9 heures après la marée haute.



Points accordés :

- 0,5 pt : identification des équations
- 1 pt : graphique illustrant les points d'intersection
- 1 pt : solutions

$$\begin{aligned}y_1 &= \cos(30t) + 3 \\ y_2 &= 3\end{aligned}$$



$$t = 3 \text{ et } t = 9$$

L'eau sera à 3 m au dessus du niveau moyen de la mer 3 et 9 heures après la marée haute.

Question 45 (a)

(3 points)

Points accordés:

- 0,5 pt : amplitude
- 1 pt : période
- 1 pt : déphasage
- 0,5 pt : déplacement vertical

$$y = 5 \sin(4x) + 2$$

Question 45 (b)

(3 points)

Points accordés:

- 0,5 pt : amplitude
- 1 pt : période
- 1 pt : déphasage
- 0,5 pt : déplacement vertical

$$y = 3 \cos\left(\frac{x}{2}\right) - 1$$

Question 46 (a)

(3 points)

Points accordés:

- 0,5 pt : exprimer tout en termes de $\sin x$ et $\cos x$
- 1 pt : factoriser $\sin^2 x$
- 0,5 pt : substitution de $\sec^2 x$
- 1 pt : utiliser l'identité $\tan^2 x = \sec^2 x - 1$

$$\tan^2 x - \sin^2 x = \tan^2 x \sin^2 x$$

$$\text{M.G.} = \frac{\sin^2 x}{\cos^2 x} - \sin^2 x$$

$$= \sin^2 x \left(\frac{1}{\cos^2 x} - 1 \right)$$

$$= \sin^2 x (\sec^2 x - 1)$$

$$= \sin^2 x \tan^2 x$$

$$\text{M.G.} = \text{M.D.}$$

OU

Points accordés:

- 0,5 pt : exprimer tout en termes de $\sin x$ et $\cos x$
- 1 pt : établir un dénominateur commun
- 0,5 pt : factoriser $\sin^2 x$
- 0,5 pt : substitution rapport $\tan^2 x$
- 0,5 pt : utiliser l'identité $\sin^2 x + \cos^2 x = 1$

$$\tan^2 x - \sin^2 x = \tan^2 x \sin^2 x$$

$$\text{M.G.} = \frac{\sin^2 x}{\cos^2 x} - \sin^2 x$$

$$= \frac{\sin^2 x}{\cos^2 x} - \sin^2 x \left(\frac{\cos^2 x}{\cos^2 x} \right)$$

$$= \frac{\sin^2 x - \sin^2 x \cos^2 x}{\cos^2 x}$$

$$= \frac{\sin^2 x (1 - \cos^2 x)}{\cos^2 x}$$

$$= \tan^2 x (1 - \cos^2 x)$$

$$= \tan^2 x \sin^2 x$$

$$\text{M.G.} = \text{M.D.}$$

Question 46 (b)

(3 points)

Points accordés:

- 1 pt : multiplication par le conjugué
- 0,5 pt : utiliser l'identité $\sin^2 x + \cos^2 x = 1$
- 0,5 pt : simplification
- 0,5 pt : exprimer chaque terme du numérateur comme sa propre fraction
- 0,5 pt : substitution des rapports $\sec \theta$ et $\tan \theta$

$$\frac{\cos \theta}{1 - \sin \theta} = \sec \theta + \tan \theta$$

$$\text{M.G.} = \frac{\cos \theta}{1 - \sin \theta} \left(\frac{1 + \sin \theta}{1 + \sin \theta} \right)$$

$$= \frac{\cos \theta + \cos \theta \sin \theta}{1 - \sin^2 \theta}$$

$$= \frac{\cos \theta + \cos \theta \sin \theta}{\cos^2 \theta}$$

$$= \frac{\cos \theta (1 + \sin \theta)}{\cos^2 \theta}$$

$$= \frac{1 + \sin \theta}{\cos \theta}$$

$$= \frac{1}{\cos \theta} + \frac{\sin \theta}{\cos \theta}$$

$$= \sec \theta + \tan \theta$$

$$\text{M.G.} = \text{M.D.}$$

OU

Points accordés:

- 0,5 pt : exprimer tout en termes de $\sin x$ et $\cos x$
- 1 pt : multiplication par le conjugué
- 1 pt : utiliser l'identité $\sin^2 x + \cos^2 x = 1$
- 0,5 pt : simplification

$$\frac{\cos \theta}{1 - \sin \theta} = \sec \theta + \tan \theta$$

$$= \frac{1}{\cos \theta} + \frac{\sin \theta}{\cos \theta}$$

$$= \frac{1 + \sin \theta}{\cos \theta} \left(\frac{1 - \sin \theta}{1 - \sin \theta} \right)$$

$$= \frac{1 - \sin^2 \theta}{\cos \theta (1 - \sin \theta)}$$

$$= \frac{\cos^2 \theta}{\cos \theta (1 - \sin \theta)}$$

$$= \frac{\cos \theta}{1 - \sin \theta}$$

$$\text{M.G.} = \text{M.D.}$$

Question 47 (a)

(1 point)

Points accordés :

- 1 pt : réponse correcte

$$P(A) = \frac{3}{6} \text{ ou } \frac{1}{2}$$

Question 47 (b)

(1 point)

Points accordés :

- 1 pt : réponse correcte

$$P(B) = \frac{2}{6} \text{ ou } \frac{1}{3}$$

Question 47 (c)

(1 point)

Points accordés :

- 1 pt : réponse correcte

$$P(A|B) = \frac{1}{2}$$

Question 48

(3 points)

Points accordés :

- 1 pt : expression de combinaison
- 1 pt : expression avec taux de succès
- 0,5 pt : expression avec taux d'échec
- 0,5 pt : solution

$${}_{50}C_{20} (0,30)^{20} (0,70)^{30} = 0,037$$

Question 49

(3 points)

<p>Points accordés:</p> <ul style="list-style-type: none">• 0,5 pt : utilise normalcdf• 0,5 pt : limite inférieure• 0,5 pt : limite supérieure• 0,5 pt : moyenne• 0,5 pt : écart type• 0,5 pt : solution	<p>Points accordés :</p> <ul style="list-style-type: none">• 1 pt : substitution des valeurs dans la formule cote z• 0,5 pt : calcul de la cote z• 1 pt : soustraction de la cote z de 1• 0,5 pt : solution
$\text{normalcdf}(8, 24, 6,98, 3,8) \doteq 0,3941$	$\text{cote } z = \frac{8-6,98}{3,8}$ $= 0,6064$
OU	$1 - 0,6064 = 0,3936$
Environ 39 % des spectateurs regardent la télé pour plus de 8 heures par jour.	Environ 39 % des spectateurs regardent la télé pour plus de 8 heures par jour.

Question 50(a)

(1 point)

<p>Points accordés:</p> <ul style="list-style-type: none">• 1 pt : réponse correcte	Les moyennes sont égales.
---	---------------------------

Question 50(b)

(1 point)

<p>Points accordés:</p> <ul style="list-style-type: none">• 1 pt : réponse correcte	L'écart type des données représentées par graphique 1 est plus petit que l'écart type des données représentées par le graphique 2
---	--